第1章

数制与编码

1.1 模拟信号与数字信号

1.1.1 模拟信号与数字信号的概念

Analog

模拟信号

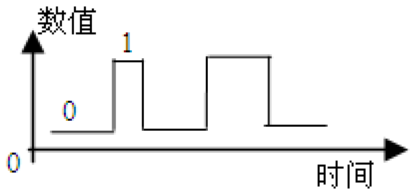
Digital

数字信号

1.1 模拟信号与数字信号

1.1.2 数字电路与模拟电路的区别

表 1-1 数字电路与模拟电路的主要区别

电路类型	数 字 电 路	模 拟 电 路
研究内容	输入信号与输出信号间的逻辑关系	如何不失真地进行信号的处理
信号的特征	 时间上离散，但在数值上是单位量的整数倍	 在时间上和数值上是连续变化的电信号
分析方法	逻辑代数	图解法，等效电路，分析计算

1.1 模拟信号与数字信号

1.1.3 数字电路的特点

(1) 稳定性好，抗干扰能力强。

(2)容易设计，便于构成大规模集成电路。

(3)信息的处理能力强。

(4)精度高。

(5)保真度好。

(6)便于存储。

(7)便于利用自动化设计技术。

(8)功耗小。

1.2 数字系统中的数制

1.2.1 十进制数表述方法

$$358.67 = 3\times10^2 + 5\times10^1 + 8\times10^0 + 6\times10^{-1} + 7\times10^{-2}$$

$$\begin{aligned}(N)_{10} &= a_{n-1}10^{n-1} + \cdots + a_1 10^1 + a_0 10^0 + a_{-1}10^{-1} + \cdots a_{-m}10^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 10^i\end{aligned} \qquad (1\text{-}1)$$

1.2 数字系统中的数制

1.2.2 二进制数表述方法

$$\begin{aligned}(N)_2 &= a_{n-1}2^{n-1} + \cdots + a_1 2^1 + a_0 2^0 + a_{-1}2^{-1} + \cdots a_{-m}2^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 2^i \end{aligned} \tag{1-2}$$

$$(11010.101)_2 = 1\times 2^4 + 1\times 2^3 + 0\times 2^2 + 1\times 2^1 + 0\times 2^0 + 1\times 2^{-1} + 0\times 2^{-2} + 1\times 2^{-3}$$

表 1-2　二进制算术运算规则

二进制的加法规则	二进制的减法规则	二进制的乘法规则
$0+0=0$	$0-0=0$	$0\times 0=0$
$1+0=1$	$0-1=1$（有借位）	$1\times 0=0$
$0+1=1$	$1-0=1$	$0\times 1=0$
$1+1=10$	$1-1=0$	$1\times 1=1$

$11110 \div 101 = 110$，

$$\begin{array}{r} 110 \\ 101\overline{)11110} \\ 101 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 0 \end{array}$$

1.2 数字系统中的数制

1.2.3 十六进制数表述方法

$$
\begin{aligned}
(N)_{16} &= a_{n-1}(16)^{n-1} + \cdots + a_1(16)^1 + a_0(16)^0 + a_{-1}(16)^{-1} + \cdots + a_{-m}(16)^{-m} \\
&= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times (16)^i
\end{aligned} \tag{1-3}
$$

$$(7F9)_{16} = 7\times16^2 + F\times16^1 + 9\times16^0$$

1.2.4 八进制数表述方法

$$
\begin{aligned}
(N)_8 &= a_{n-1}8^{n-1} + \cdots + a_1 8^1 + a_0 8^0 + a_{-1}8^{-1} + \cdots a_{-m}8^{-m} \\
&= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 8^i
\end{aligned} \tag{1-4}
$$

1.3 不同数制间的转换

1.3.1 十六进制、二进制数与十进制数间的转换

【例 1-1】将二进制数$(110101.101)_2$转换为十进制数。

解：$(110101.101)_2 = 1\times2^5 + 1\times2^4 + 0\times2^3 + 1\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 + 1\times2^{-1} + 0\times2^{-2} + 1\times2^{-3}$

$= 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1 + 0.5 + 0 + 0.125 = (53.625)_D$

【例 1-2】 将十六进制数$(4E5.8)_H$转换为十进制数。

解：$(4E5.8)_H = 4\times(16)^2 + E\times(16)^1 + 5\times(16)^0 + 8\times(16)^{-1}$

$= 4\times256 + 14\times16 + 5\times1 + 8\times(1/16) = (1253.5)_D$

1.3 不同数制间的转换

1.3.2 十进制数转换为二进制、十六进制数

【例 1-3】 将$(59.625)_D$转换为二进制数。

解： 整数部分

		余数	
2 | 59			
2 | 29	………	1	低位
2 | 14	………	1	
2 | 7	………	0	（反序）
2 | 3	………	1	
2 | 1	………	1	
0	………	1	高位

小数部分

		整数	
0.625			
× 2			
1.250	………	1	高位
0.250			
× 2			
0.500	………	0	（顺序）
× 2			
1.000	………	1	低位

即 $(59.625)_D=(111011.101)_B$，也可表示成 111011.101B

1.3 不同数制间的转换

1.3.2 十进制数转换为二进制、十六进制数

【例 1-4】 将十进制数（427.34375)$_D$ 转换成十六进制数。

解： 整数部分

16 | 427	余数	
16 | 26	·········11	低位
16 | 1	········· 10	（反序）
0	········· 1	高位

小数部分

0.34375	整数	
× 16		
5.50000	········· 5	高位
0.50000		（顺序）
× 16		
8.00000	········· 8	低位

结果是： （427.34375)$_D$=（1AB.58)$_{16}$， 也可表示成 1AB.58H

1.3 不同数制间的转换

1.3.3 二进制数与十六进制、八进制数间的转换

【例 1-5】 将二进制数（10110101011.100101)$_B$ 转换成十六进制数。

解： 因为 10110101011.100101= $\underline{0101}\ \underline{1010}\ \underline{1011}.\underline{1001}\ \underline{0100}$

$$\begin{array}{ccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 5 & A & B & 9 & 4 \end{array}$$

所以（10110101011.100101)$_B$ =（5AB.94)$_H$

【例 1-6】 将十六进制数（75E.C6)$_H$ 转换成二进制数。

解：将每位十六进制数写成对应的四位二进制数：

（75E.C6)$_H$ =（0111 0101 1110. 1100 0110)$_B$ =（11101011110. 1100011)$_B$

【例 1-7】将八进制数（5163)$_O$ 转换成二进制数。

解：将每位八进制数码分别用三位二进制数表示，转换过程如下

(5163)$_O$ = ($\underline{101}\ \underline{001}\ \underline{110}\ \underline{011}$)$_2$ = (101001110011)$_2$

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.1 十进制编码

1. 8421 BCD码

2. 2421码

3. 余3码

表 1-3　三种常用的十进制编码。

十进制数	8421 码（BCD 码）	2421 码	余 3 码
0	0000	0000	0011
1	0001	0001	0100
2	0010	0010	0101
3	0011	0011	0110
4	0100	0100	0111
5	0101	1011	1000
6	0110	1100	1001
7	0111	1101	1010
8	1000	1110	1011
9	1001	1111	1100
10		0101	0000
11		0110	0001
12	不用的代码	0111	0010
13		1000	1101
14		1001	1110
15		1010	1111

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.2 格雷码

表 1-4　4 位格雷码与二进制码对照表

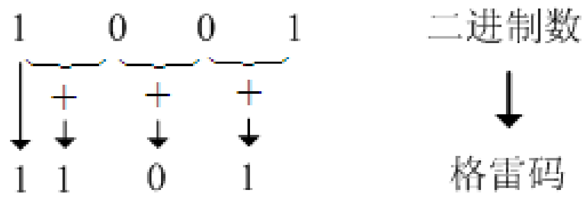
十进制数	二进制码	格雷码	十进制数	二进制码	格雷码
0	0000	0000	8	1000	1100
1	0001	0001	9	1001	1101
2	0010	0011	10	1010	1111
3	0011	0010	11	1011	1110
4	0100	0110	12	1100	1010
5	0101	0111	13	1101	1011
6	0110	0101	14	1110	1001
7	0111	0100	15	1111	1000

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.2 格雷码

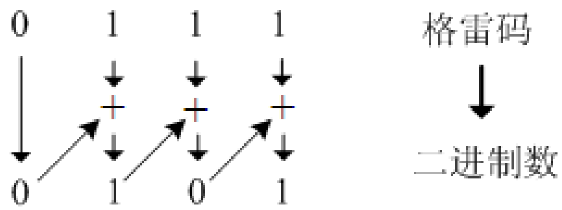
【例 1-8】 把二进制数 1001 转换成格雷码。

解：把二进制数 1001 转换成格雷码的方法如下，转换后的格雷码是 1101：



【例 1-9】 把格雷码 0111 转换成二进制数。

解：把格雷码 0111 转换成二进制数的方法如下，转换后的二进制数是 0101：



1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.3 十进制数的BCD码表示方法

【例 1-10】 求出十进制数 972.65_{10} 的 8421 BCD 码。

解：将十进制数的每一位转换为其相应的 4 位 BCD 码。

那么十进制数 972.65 就等于：

8421 BCD 码： $\underline{1001}\ \underline{0111}\ \underline{0010}.\underline{0110}\ \underline{0101}_{8421BCD}$，即：

$$972.65_{10} = 100101110010.01100101_{8421BCD}$$

十进制	9	7	2	.	6	5
BCD	1001	0111	0010	.	0110	0101

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.3 十进制数的BCD码表示方法

【例 1-11】 用余 3 码对十进制数 $N = 5678_{10}$ 进行编码。

解：先对十进制数进行 8421BCD 编码，再将各位编码加 3 即可得到余 3 码。

$$
\begin{array}{cccc}
5 & 6 & 7 & 8 \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
0101 & 0110 & 0111 & 1000 \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
1000 & 1001 & 1010 & 1011
\end{array}
$$

所以有：$N = 5678_{10} = 1000\ 1001\ 1010\ 1011_{余3}$

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.4 字母数字码

【例 1-12】 一组信息的 ASCII 码如下，根据表 1-5，回答这些信息是什么？

1001000　　1000101　　1001100　　1010000

解：把每组 7 位码转换为等值的十六进制数，则有：48　　45　　4C　　50

以此十六进制数为依据，查表 1-5 可确定其所表示的符号为：H E L P

表 1-5　美国信息交换标准码（ASCII 码）表

位 765 / 位 4321	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	`	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	]	l	|
1101	CR	GS	-	=	M	\	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.5 码制

1. 原码表示法

十进制数	+37	-37
二进制原码	0 100101	1 100101
	↑	↑
	符号位	符号位

小数 +53.625 和-53.625 的原码可分别写成:

十进制数	+53.625	-53.625
二进制原码	0 110101.101	1 1101010.101
	↑	↑
	符号位	符号位

$$[X]_{原码}=\begin{cases}X & 当\quad 0\le X<2^n \quad 时\\ 2^n-X & 当\quad -2^n<X\le 0 \quad 时\end{cases}$$

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.5 码制

2. 反码表示法

【例 1-13】用四位二进制数表示十进制数+5 和-5 的反码。

解：可以先求十进制数所对应二进制数的原码，再将原码转换成反码。

十进制数	+ 5	− 5
二进制原码	0 101	1 101
二进制反码	0 101	1 010
	↑ 符号位	↑ 符号位

即 $[+5]_{反} = 0101$ ，$[-5]_{反} = 1010$。

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.5 码制

3. 补码表示法

（1）整数补码的定义是：

$$[X]_{补码}=\begin{cases}X & 当\quad 0\le X<2^n \quad 时\\ 2^{n+1}+X & 当\quad -2^n<X\le 0 \quad 时\end{cases}$$

【例 1-14】用四位二进制数表示+5 和-5 的补码。

解：先求十进制数所对应二进制数的原码，再将原码转换成反码，然后将反码变为补码。

十进制数	+5	−5
二进制原码	0 101	1 101
二进制反码	0 101	1 010
二进制补码	0 101	1 010+1=1 011
	↑	↑
	符号位	符号位

即 $[+5]_{补}=0101$ ，$[-5]_{补}=1011$。

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.5 码制

3. 补码表示法

表 1-6 四位有符号数的表示

$b_3b_2b_1b_0$	原码	反码	补码	$b_3b_2b_1b_0$	原码	反码	补码
0111	+7	+7	+7	1000	-0	-7	-8
0110	+6	+6	+6	1001	-1	-6	-7
0101	+5	+5	+5	1010	-2	-5	-6
0100	+4	+4	+4	1011	-3	-4	-5
0011	+3	+3	+3	1100	-4	-3	-4
0010	+2	+2	+2	1101	-5	-2	-3
0001	+1	+1	+1	1110	-6	-1	-2
0000	+0	+0	+0	1111	-7	-0	-1

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.5 码制

3. 补码表示法

【例 1-15】求二进制数 $x = +1011$，$y = -1011$ 在八位存贮器中的原码、反码和补码的表示形式。

解：无论是原码、反码和补码形式，八位存贮器的最高位为符号位，其它位则是数值部分的编码表示。在数值部分中，对于正数，原码、反码和补码按位相同，而对于负数，反码是原码的按位求反，补码则是原码的按位求反加 1。所以，二进制数 x 和 y 的原码、反码和补码分别表示如下：

$[x]_{原码} = 00001011$，　$[x]_{反码} = 00001011$，　$[x]_{补码} = 00001011$

$[y]_{原码} = 10001011$，　$[y]_{反码} = 11110100$，　$[y]_{补码} = 11110101$

【例 1-16】求 X=－1001010 的补码。

解：$[x]_{补}=2^8+(-1001010) = 10000\ 0000-1001010 = 1011\ 0110$。

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.5 码制

3. 补码表示法

（2）定点小数（二进制小数）补码的定义是：

$$[X]_{补} = \begin{cases} X & 当 \quad 0 \le X < 1 \quad 时 \\ 2+X & 当 \quad -1 < X \le 0 \quad 时 \end{cases}$$

【例 1-17】求 $X_1 = +0.101\ 1011$ 和 $X_2 = -0.101\ 1011$ 的补码。

解：$[X_1]_{补} = 0.101\ 1011$

$[X_2]_{补} = 2+(-0.101\ 1011) = 10 - 0.101\ 1011 = 1.010\ 0101$

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.6 用补码进行二进制数运算

1. 原码运算

2. 补码运算

$$[X+Y]_{补}=[X]_{补}+[Y]_{补}; \quad [X-Y]_{补}=[X]_{补}+[-Y]_{补}$$

3. 反码运算

$$[X+Y]_{反}=[X]_{反}+[Y]_{反}; \quad [X-Y]_{反}=[X]_{反}+[-Y]_{反}$$

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.6 用补码进行二进制数运算

【例 1-18】设 X=+101 1101，Y=+001 1010，求 Z=X-Y。

解：(1) 原码运算。

$[X]_{原}$=0101 1101 ，$[Y]_{原}$=0001 1010

因为|X|>|Y|，所以 X 作被减数，Y 作减数，差值为正。

	0	1	0	1	1	1	0	1
−	0	0	0	1	1	0	1	0
=	0	1	0	0	0	0	1	1

即$[Z]_{原}$=0100 0011，其真值为 Z=+100 0011。

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.6 用补码进行二进制数运算

（2）反码运算。

$[X]_{反}$=0101 1101 ，$[-Y]_{反}$=1110 0101

运算中，符号位产生了进位，因此需将此进位加到和的最低位。从运算过程可见，反码加法运算后，须判断是否需要作循环进位运算，而循环进位运算又相当于一次加法运算，因此会影响运算器的运算速度。

	0	1	0	1	1	1	0	1
+	1	1	1	0	0	1	0	1
(1)	0	1	0	0	0	0	1	0
+								1
=	0	1	0	0	0	0	1	1

即$[Z]_{反}$=0100 0011，其真值为 Z=+100 0011。

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.6 用补码进行二进制数运算

（3）补码运算。

$[X]_{补}$=0101 1101 ，$[-Y]_{补}$=1110 0110

	0	1	0	1	1	1	0	1
+	1	1	1	0	0	1	1	0
(1)	0	1	0	0	0	0	1	1
舍弃								

即 $[Z]_{补}$= 0100 0011，其真值为 Z= +100 0011。

1.4 数字系统中数的表示方法和格式

1.4.6 用补码进行二进制数运算

【例 1-19】用 4 位二进制数的补码形式运算 7-5 和 4-6。

解：$7-5=7+(-5)=[7]_{补}+[-5]_{补}=0111+1011=0010$ (丢弃进位) $=2$

$4-6=[4]_{补}+[-6]_{补}=[0100]_{补}+[1110]_{补}=0100+1010=[1110]_{补}=[1010]_{原码}=-2$